

Die alltägliche Vermessung der Welt

Mathematiker und Informatiker forschen an verbesserten Methoden für computeranimierte 3D-Filme

GÜNTER M. ZIEGLER

Die Vermessung der Welt“ heißt ein Roman von Daniel Kehlmann aus dem Jahr 2005, der 2012 als 3D-Film von Detlev Buck in die Kinos kam. Roman und Film berichten von dem Mathematiker Karl Friedrich Gauss und dem Entdeckungsreisenden Alexander von Humboldt, die auf höchst unterschiedliche Weise die Welt erkunden und vermessen.

Die Vermessung der Welt ist aber keine Spezialaufgabe für einen Romancier oder einen Filmemacher, sondern sie bezeichnet eine Aufgabe der Naturwissenschaften, und insbesondere der Mathematik und noch mehr der Geometrie. Das aus dem Griechischen stammende Wort „Geometrie“ bezeichnet ja nichts anderes als die Vermessung der Erde!

Was heute wie eine Abituraufgabe klingt, nämlich die halbwegs genaue Berechnung des Erdradius aus Messungen des Sonnenstands, war eine Meisterleistung der Geometer im alten Ägypten. Die Einsicht, dass die Erde eben doch keine Kugel ist, sondern an den Polen abgeflacht ist, wird dem britischen Phy-

siker Issac Newton zugeschrieben, der sich um 1680 in einem erbitterten Streit um diese Frage durchsetzte – gegen Kontrahenten wie den italienischen Physiker und Astronom Giovanni Cassini, der im Gegenteil postulierte, dass die Erde am Äquator schlanker sein müsse.

Mitte des achtzehnten Jahrhunderts ergaben dann genauere Messungen, dass Newton recht hatte: Die Erde ist an den Polen um zirka 0,3 Prozent abgeflacht, was immerhin 21 Kilometer ausmacht. Aus aufwendigen Messungen – für die im Auftrag der Pariser Akademie der Wissenschaften zwei Expeditionen nach Ecuador und nach Lappland unternommen wurden – ergab sich auch ein neuer Maßstab, der „Meter“ – der 1793 vom Pariser Nationalkonvent ganz revolutionär festgesetzt wurde. Die Einheit, nach der wir noch heute Längen messen, wurde also vor 220 Jahren festgelegt. Sie war ein Ergebnis der „Vermessung der Welt“.

Zur „Vermessung der Welt“ gehört als Gegenstück ein „Geometriemodell der Erde“. Das war seit der Antike also zunächst eine Kugel von einem Durchmesser von knapp 6380 Kilometern. Später versuchte man die Erde als Ellipsoid zu

beschreiben, dessen Äquatordurchmesser eben etwas größer ist als die Halbachsen vom Erdmittelpunkt zu den Polen. Aber das ist nur eine Annäherung: es gibt ja Berge und Täler, aber auch verschiedene andere Unebenheiten und Unregelmäßigkeiten sowohl in der Oberflächengestalt der Erde, aber auch zum Beispiel im Schwerfeld der Erde. Das wird immer noch und immer genauer ausgemessen.

Inzwischen aber sind die Geometriemodelle der Welt sehr viel besser geworden, sehr viel komplizierter, und sehr viel mathematischer. Der Globus, der Atlas und die Landkarte haben ausgedient: Die Welt ist mit bemerkenswertem Detailreichtum in Navigationsgeräten und Smartphones abgebildet. TomTom, Garmin oder Google packen Modelle der Welt in kleine Geräte. Wie geht das?

Die Algorithmische Geometrie ist eine unscheinbare Wissenschaft, die ihre Wurzeln in den 1970er Jahren hat, aber erst in den 1980er Jahren Fahrt aufnahm. Im englischen Sprachraum kennt man sie als „Computational Geometry“. Sie behandelt das Rechnen mit geometrischen Daten – insbesondere mit sehr großen Datensätzen. Wenn man bei-

spielsweise eine Million Punkte in einer Ebene vorgibt, wie kann man dann ganz schnell herausfinden, welche zwei Punkte am nächsten beieinander liegen?

Ganz sicher will man da nicht alle Abstände zwischen Punktepaaren berechnen, das sind einfach zu viele. Sinnvoller mag es sein, die Punkte zunächst „von links nach rechts“ zu sortieren. Auch Sortieren ist aufwendig, aber noch vertretbar. Damit hat man die Chance, Abstände nur zwischen solchen Punkten zu betrachten, die ohnehin nah beieinander liegen. Wie aber sollte man die sortierten Punkte abspeichern?

Auch dafür hat die Algorithmische Geometrie Verfahren entwickelt: Datenstrukturen und Algorithmen ermöglichen ein effektives Zusammenspiel von Geometrie und Informatik. Damit kann man auch kompliziertere Probleme lösen, etwa statt Punkten in der Ebene Dreiecke im Raum betrachten. Warum sollte man das tun? Weil wir längst von Welten umgeben sind, die aus Millionen von Dreiecken im Raum zusammengesetzt sind, die sich auch noch bewegen. Das ist nicht etwa eine weltfremde Beschäftigung von Mathematikern, son-

dern diese Form der Geometrie spielt in unserem Alltag eine wichtige Rolle.

Auch wenn auf den ersten Blick keine Dreiecke um uns herum sehen: Unter dem Stichwort „Diskretisierung“ wird in einem neuen Sonderforschungsbereich (www.discretization.de) der Deutschen Forschungsgemeinschaft die Kunst studiert, scheinbar glatte Flächen aus Dreiecken und Vierecken aufzubauen. Das ist aktuelle Forschung von jenen Mathematikern und Informatikern, die sich mit der Filmindustrie auf Konferenzen wie der Siggraph austauschen. Im Juli 2013 fand die 40. Siggraph-Konferenz im kalifornischen Anaheim statt, nicht weit weg von Disneyland und Hollywood.

Computeranimiertes 3D-Kino hat die Leinwände längst erobert. Da steckt sehr viel „Mathe drin“, aber auch im traditionellen 2D-Kino vermischen sich realer und mathematisch animierter Film unmerklich. Das Wetter, mit dem Alexander von Humboldt auf seiner Kino-Expedition durch Südamerika zu kämpfen hat, ist im Computer entstanden.

Der Autor ist Professor für Mathematik an der Freien Universität Berlin